Klasifikace materiálů 1

Mechanika kontinua

Mechanika pevných látek

- zabývá se deformací těles s definovaným klidovým tvarem (*solid mechanics*)

Elasticita

- popisuje materiály, které se vracejí do původního stavu, když odejmeme sílu, která je deformuje

Plasticita

- popisuje materiály, které se trvale deformují, pokud jsou vystaveny dostatečně vysokému napětí

Mechanika tekutin

- zabývá se spojitými materiály, které reagují na střižná napětí tečením (*fluid mechanics*)

Newtonovské tekutiny

- jsou charakterizovány viskozitou, která má povahu materiálové konstanty; rychlost deformace je přímo úměrná smykovému napětí

Nenewtonovské tekutiny

- viskozita není materiálová konstanta a závisí na okamžité deformaci; rychlost deformace není obecně úměrná smykovému napětí

Klasifikace materiálů 1

Mechanika kontinua

Mechanika pevných látek
- zabývá se deformací těles s definovaným klidovým tvarem (*solid mechanics*)

Elasticita
- popisuje materiály, které se vracejí do původního stavu, když odejmeme sílu, která je deformuje

Plasticita
- popisuje materiály, které se trvale deformují, pokud jsou vystaveny dostatečně vysokému napětí

Mechanika tekutin
- zabývá se spojitými materiály, které reagují na střižná napětí tečením (*fluid mechanics*)

Newtonovské tekutiny
- jsou charakterizovány viskozitou, která má povahu materiálové konstanty; rychlost deformace je přímo úměrná smykovému napětí

Nenewtonovské tekutiny
- viskozita není materiálová konstanta a závisí na okamžité deformaci; rychlost deformace není obecně úměrná smykovému napětí

Reologie (různé přístupy)

1. Mikroskopické modely (např. molecular dynamics)
2. Klasická teorie (deterministický přístup, objektivita, symetrie, linearizace, reprezentační teorémy)
3. Mechanické analogy (1D -> 3D, objektivita)
4. Maximalizace produkce entropie (MKII, objektivita)

Elasticita

popisuje materiály, které mají tendenci vracet se do původního tvaru, když síla, která je deformuje, vymizí.

Fyzikální příčiny elastického chování mohou být velmi rozmanité. Např. v kovech elasticita souvisí se změnami velikosti a tvaru atomové mřížky - mřížka je v důsledku působení vnějších sil deformována a vrací se do původního tvaru, když síly přestanou působit. V případě gumy a dalších polymerů souvisí elastické chování s natahováním a smršťováním polymerových řetězců.

Elasticita představuje idealizovanou aproximaci reálného světa. Ve skutečnosti jen velmi málo materiálů vykazuje dokonalou elasticitu, a to pouze pro velmi malé deformace.

Elasticita

popisuje materiály, které mají tendenci vracet se do původního tvaru, když síla, která je deformuje, vymizí.

Fyzikální příčiny elastického chování mohou být velmi rozmanité. Např. v kovech elasticita souvisí se změnami velikosti a tvaru atomové mřížky - mřížka je v důsledku působení vnějších sil deformována a vrací se do původního tvaru, když síly přestanou působit. V případě gumy a dalších polymerů souvisí elastické chování s natahováním a smršťováním polymerových řetězců.

Elasticita představuje idealizovanou aproximaci reálného světa. Ve skutečnosti jen velmi málo materiálů vykazuje dokonalou elasticitu, a to pouze pro velmi malé deformace.

Při popisu elastického chování zavádíme dva typy parametrů:

1. Elastický modul – udává napětí potřebné k dosažení určité deformace. Jde o míru tuhosti materiálu a jeho rezistence vůči působícím silám. Různé typy modulů popisují chování materiálů při různých typech deformace. Např. Youngův modul pružnosti charakterizuje jednoduchou extenzi, modul torze charakterizuje reakci materiálu na smykové napětí apod.

2. Elastický limit – charakterizuje napětí, jehož překročení znamená ztrátu elastických vlastností. Velikost elastického limitu se může měnit v závislosti na typu deformace.

Při srovnání elastických materiálů musí být zpravidla uvažovány oba typy parametrů: Ze dvou materiálů je za „elastičtější“ považován materiál, který má nižší elastický modul a vyšší elastický limit napětí.

Elasticita

popisuje materiály, které mají tendenci vracet se do původního tvaru, když síla, která je deformuje, vymizí.

Fyzikální příčiny elastického chování mohou být velmi rozmanité. Např. v kovech elasticita souvisí se změnami velikosti a tvaru atomové mřížky - mřížka je v důsledku působení vnějších sil deformována a vrací se do původního tvaru, když síly přestanou působit. V případě gumy a dalších polymerů souvisí elastické chování s natahováním a smršťováním polymerových řetězců.

Elasticita představuje idealizovanou aproximaci reálného světa. Ve skutečnosti jen velmi málo materiálů vykazuje dokonalou elasticitu, a to pouze pro velmi malé deformace.

Při popisu elastického chování zavádíme dva typy parametrů:

1. Elastický modul – udává napětí potřebné k dosažení určité deformace. Jde o míru tuhosti materiálu a jeho rezistence vůči působícím silám. Různé typy modulů popisují chování materiálů při různých typech deformace. Např. Youngův modul pružnosti charakterizuje jednoduchou extenzi, modul torze charakterizuje reakci materiálu na smykové napětí apod.

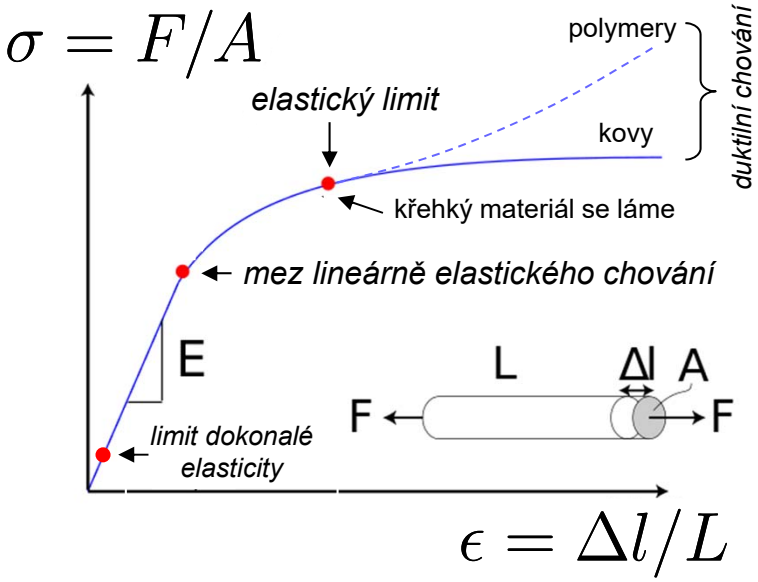
2. Elastický limit – charakterizuje napětí, jehož překročení znamená ztrátu elastických vlastností. Velikost elastického limitu se může měnit v závislosti na typu deformace.

Při srovnání elastických materiálů musí být zpravidla uvažovány oba typy parametrů: Ze dvou materiálů je za „elastičtější“ považován materiál, který má nižší elastický modul a vyšší elastický limit napětí.

Kromě pevných látek vykazují elastické chování také některé ne-newtonovské kapaliny, např. viskoelastické kapaliny.

Výsledky laboratorních měření jsou zpravidla reprezentovány napěťově deformační křivkou (*stress-strain curve*).

Elasticita – napěťově deformační křivky



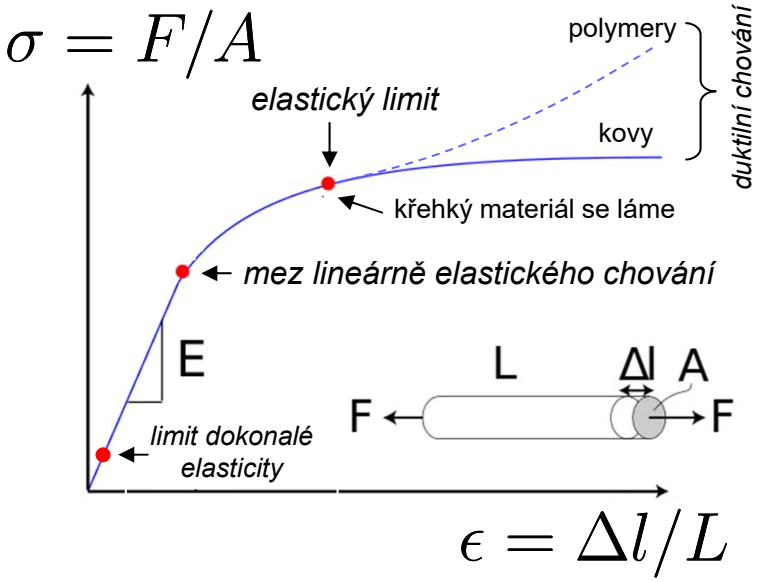
Po překročení elastického limitu se deformace stává nevratnou (ireversibilní) a materiál vykazuje plastické chování.

Pro většinu kovů a krystalických materiálů gradient ND křivky po překročení elastického limitu klesá (tj. deformace materiálu se stává snazší).

V případě polymerů je trend zpravidla opačný: gradient roste, tj. k jeho deformaci je potřebná větší síla.

V případě křehkých materiálů nepozorujeme plastické chování. Překročení elastického limitu je doprovázeno poškozením vzorku.

Elasticita – napěťově deformační křivky



Po překročení elastického limitu se deformace stává nevratnou (ireversibilní) a materiál vykazuje plastické chování.

Pro většinu kovů a krystalických materiálů gradient ND křivky po překročení elastického limitu klesá (tj. deformace materiálu se stává snazší).

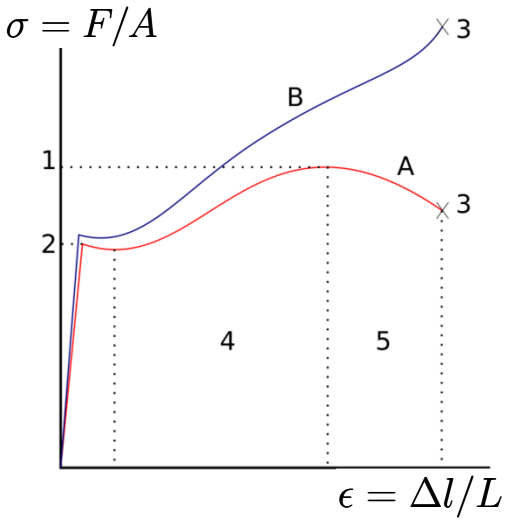
V případě polymerů je trend zpravidla opačný: gradient roste, tj. k jeho deformaci je potřebná větší síla.

V případě křehkých materiálů nepozorujeme plastické chování. Překročení elastického limitu je doprovázeno poškozením vzorku.

Příklad: napěťově deformační křivka konstrukční oceli

A: křivka zdánlivého napětí (F/A_0)
B: křivka skutečného napětí (F/A)

1 Maximální dosažené napětí – pevnost materiálu (*ultimate strength*)
2 Elastický limit, někdy také mez pevnosti nebo mez tečení (*yield strength*)
3 Přetržení (lom) vzorku (*rupture, failure*)
4 Oblast deformačního zpevnění (*strain hardening*)
5 Zúžení vzorku (*necking*)



Popis elastických materiálů

Lineární elasticita – používá se k popisu malých deformací.
Je charakterizována lineárním vztahem mezi tenzorem napětí a tenzorem malých deformací (= linearizovaný tenzor deformace).
Tento vztah se označuje jako Hookův zákon.

Lineární elasticita nalézá široké uplatnění při vývoji strojů a konstrukcí a jejich pevnostní analýze.

Je významná z hlediska lomové mechaniky (*fracture mechanics*) a teorie šíření elastických vln (aplikace např. v seismologii).



fiktivní portrét

Popis elastických materiálů



fiktivní portrét

Lineární elasticita – používá se k popisu malých deformací.
Je charakterizována lineárním vztahem mezi tenzorem napětí a tenzorem malých deformací (= linearizovaný tenzor deformace).
Tento vztah se označuje jako Hookův zákon.

Lineární elasticita nalézá široké uplatnění při vývoji strojů a konstrukcí a jejich pevnostní analýze.

Je významná z hlediska lomové mechaniky (*fracture mechanics*) a teorie šíření elastických vln (aplikace např. v seismologii).

Konečná elastická deformace

K popisu materiálů, které vykazují konečné deformace, se používají různé formalismy. Mírou, která se používá k vyjádření deformace, je zpravidla deformační gradient $\mathbf{F}$. Termodynamicky lze deformaci charakterizovat pomocí Helmholtzovy volné energie F_H=U-TS (rovnovážný stav minimalizuje F_H při konstantní teplotě T).

Cauchyovská elasticita: $\mathbf{t} = \mathcal{F}(\mathbf{F})$

Hypo-elasticita: $\dot{\mathbf{t}} = \mathbf{D} : \dot{\mathbf{F}}$, kde $\mathbf{D}$ je tenzor 4. řádu charakterizující daný materiál.

} *nejsou konzervativní*

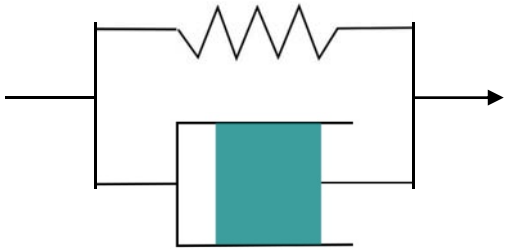
Hyper-elasticita: (Greenův el. materiál) $\mathbf{t} = \frac{1}{J}\frac{\partial W}{\partial \mathbf{F}} \cdot \mathbf{F}^{\mathbf{T}}$, kde W je hustota deformační energie.

Aplikace hyper-elasticity: v technice - odezva elastomerů (těsnění, pryžové objímky apod.), v biologii - numerické modely rostlinných a živočišných tkání, buněčných membrán apod.

Pseudo-elasticita nebo též super-elasticita: Označuje elastickou (vratnou) odezvu některých materiálů na působící napětí, která je vyvolána fázovým přechodem v krystalech látky. Když je napětí odstraněno, krystalická mřížka se vrací do původního stavu.

Anelasticita: Označuje vratnou deformaci, při níž však dochází k disipaci mechanické energie. Anelastický materiál je speciálním typem viskoelastického materiálu.

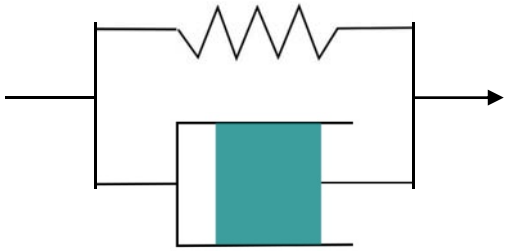
Příklad: Kelvin-Voigtův viskoelastický materiál.



Pseudo-elasticita nebo též super-elasticita: Označuje elastickou (vratnou) odezvu některých materiálů na působící napětí, která je vyvolána fázovým přechodem v krystalech látky. Když je napětí odstraněno, krystalická mřížka se vrací do původního stavu.

Anelasticita: Označuje vratnou deformaci, při níž však dochází k disipaci mechanické energie. Anelastický materiál je speciálním typem viskoelastického materiálu.

Příklad: Kelvin-Voigtův viskoelastický materiál.



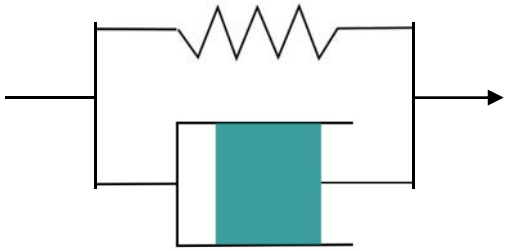
Mechanické analogy:
Vycházejí z představy reálné konstrukce pomocí soustav pružin a pístů:

napětí se tedy na větvích **sčítá** a deformace (i její průběh) musí být na větvích stejné

Pseudo-elasticita nebo též super-elasticita: Označuje elastickou (vratnou) odezvu některých materiálů na působící napětí, která je vyvolána fázovým přechodem v krystalech látky. Když je napětí odstraněno, krystalická mřížka se vrací do původního stavu.

Anelasticita: Označuje vratnou deformaci, při níž však dochází k disipaci mechanické energie. Anelastický materiál je speciálním typem viskoelastického materiálu.

Příklad: Kelvin-Voigtův viskoelastický materiál.



Termální napětí: Je vyvoláno objemovými změnami, které jsou způsobeny nerovnoměrným zahřátím nebo ochlazením tělesa.

Příklad: Hookův zákon se zahrnutím teplotních změn

1) Bez teplotních změn:

$$\mathbf{t} = \lambda(\operatorname{div}\vec{u})\mathbf{I} + \mu\left[\operatorname{grad}\vec{u} + (\operatorname{grad}\vec{u})^T\right] = K(\operatorname{div}\vec{u})\mathbf{I} + \mu\left[\operatorname{grad}\vec{u} + (\operatorname{grad}\vec{u})^T - \frac{2}{3}(\operatorname{div}\vec{u})\mathbf{I}\right], \quad K = \lambda + \frac{2}{3}\mu$$

$$\Rightarrow \quad \operatorname{div}\vec{u} = -p/K, \quad \mathbf{t}^{\mathbf{D}} = \mu\left[\operatorname{grad}\vec{u} + (\operatorname{grad}\vec{u})^T - \frac{2}{3}(\operatorname{div}\vec{u})\mathbf{I}\right]$$

2) S teplotními změnami:

$$\operatorname{div}\vec{u} = -p/K + \alpha\Delta T, \quad \mathbf{t}^{\mathbf{D}} = \mu\left[\operatorname{grad}\vec{u} + (\operatorname{grad}\vec{u})^T - \frac{2}{3}(\operatorname{div}\vec{u})\right]$$

přídavný zdrojový člen: objemová změna v důsledku teplotní roztažnosti

Geometrická linearizace – tenzor deformace a další objekty

Podobně lze ukázat, že platí:

$$\det \mathbf{F} = 1 + \operatorname{tr}\, \mathbf{H} + O(|\mathbf{H}|^2)$$
$$\mathbf{F}^{-1} = \mathbf{I} - \mathbf{H}^T + O(|\mathbf{H}|^2)$$
$$\mathbf{C} = \mathbf{I} + \mathbf{H} + \mathbf{H}^T + O(|\mathbf{H}|^2)$$
$$\mathbf{B} = \mathbf{I} - \mathbf{H} - \mathbf{H}^T + O(|\mathbf{H}|^2)$$
$$\mathbf{U} = \mathbf{I} + \tfrac{1}{2}(\mathbf{H}^T + \mathbf{H}) + O(|\mathbf{H}|^2)$$
$$\mathbf{V} = \mathbf{I} + \tfrac{1}{2}(\mathbf{H}^T + \mathbf{H}) + O(|\mathbf{H}|^2)$$
$$\mathbf{R} = \mathbf{I} + \tfrac{1}{2}(\mathbf{H}^T - \mathbf{H}) + O(|\mathbf{H}|^2)$$

$$\operatorname{grad} \bullet = \operatorname{Grad} \bullet - \mathbf{H} \cdot \operatorname{Grad} \bullet + O(|\mathbf{H}|^2)$$
$$\operatorname{div} \bullet = \operatorname{Div} \bullet - \mathbf{H} : \operatorname{Grad} \bullet + O(|\mathbf{H}|^2)$$
$$\operatorname{div}\, \operatorname{grad} \bullet = \operatorname{Div}\, \operatorname{Grad} \bullet - 2\mathbf{H} : \operatorname{Grad}\, \operatorname{Grad} \bullet - \operatorname{Div}\mathbf{H} \cdot \operatorname{Grad} \bullet + \mathrm{O}(|\mathbf{H}|^2)$$
$$\operatorname{Grad} \bullet = \operatorname{grad} \bullet + \mathbf{H} \cdot \operatorname{grad} \bullet + O(|\mathbf{H}|^2)$$
$$\operatorname{Div} \bullet = \operatorname{div} \bullet + \mathbf{H} : \operatorname{grad} \bullet + O(|\mathbf{H}|^2)$$
$$\operatorname{Div}\, \operatorname{Grad} \bullet = \operatorname{div}\, \operatorname{grad} \bullet + 2\mathbf{H} : \operatorname{grad}\, \operatorname{grad} \bullet + \operatorname{Div}\mathbf{H} \cdot \operatorname{grad} \bullet + \mathrm{O}(|\mathbf{H}|^2)$$

Tekutiny z hlediska mechaniky kontinua

jsou materiály, které se spojitě deformují (tečou), jsou-li vystaveny střižnému napětí. Pojem zahrnuje kapaliny, plyny a plazmu. Někdy se o tekutém chování mluví také v souvislosti s některými plastickými materiály.

Tekutiny se deformuji již při velmi malém střižném napětí (mez pevnosti je prakticky nulová) a tvarově se přizpůsobují kontejneru, do něhož jsou uloženy. Při statické deformaci v nich vymizí smykové napětí a výsledný stav je charakterizován pouze izotropní částí tenzoru napětí (tj. tlakem).

Kapaliny na rozdíl od plynů tvoří volný povrch.

Rozlišení kapalin a pevných látek je někdy obtížné a hranice mezi nimi je do jisté míry intuitivní. Rozdíl je dán hlavně viskozitou materiálu a časovou škálou, na které deformaci pozorujeme. Řada materiálů se chová viskoelasticky, tj. elasticky na krátké časové škále a viskózně při dlouhodobém zatížení.

Tekutiny z hlediska mechaniky kontinua

jsou materiály, které se spojitě deformují (tečou), jsou-li vystaveny střižnému napětí. Pojem zahrnuje kapaliny, plyny a plazmu. Někdy se o tekutém chování mluví také v souvislosti s některými plastickými materiály.

Tekutiny se deformuji již při velmi malém střižném napětí (mez pevnosti je prakticky nulová) a tvarově se přizpůsobují kontejneru, do něhož jsou uloženy. Při statické deformaci v nich vymizí smykové napětí a výsledný stav je charakterizován pouze izotropní částí tenzoru napětí (tj. tlakem).

Kapaliny na rozdíl od plynů tvoří volný povrch.

Rozlišení kapalin a pevných látek je někdy obtížné a hranice mezi nimi je do jisté míry intuitivní. Rozdíl je dán hlavně viskozitou materiálu a časovou škálou, na které deformaci pozorujeme. Řada materiálů se chová viskoelasticky, tj. elasticky na krátké časové škále a viskózně při dlouhodobém zatížení.

Newtonovské tekutiny: napětí je přímo úměrné rychlosti deformaci

Příklad: newtonovská nestlačitelná kapalina $\mathbf{t} = -p\mathbf{I} + \eta\left[\operatorname{grad}\vec{v} + (\operatorname{grad}\vec{v})^T\right]$

viskozita je zde materiálová konstanta

Ne-newtonovské tekutiny: tekutiny, které se nechovají newtonovsky

Příklad: ne-newtonovská nestlačitelná viskózní kapalina $\mathbf{t} = -p\mathbf{I} + \tilde{\eta}(\mathbf{t})\left[\operatorname{grad}\vec{v} + (\operatorname{grad}\vec{v})^T\right]$

„efektivní viskozita“ ≠ materálová konstanta (závisí např. na okamžitém napětí)

Příklad: Nestlačitelná viskoelastická kapalina Maxwellova typu:

$$\mathbf{t} = -p\mathbf{I} + \eta\left[\operatorname{grad}\vec{v} + (\operatorname{grad}\vec{v})^T\right] - \frac{\eta}{\mu}\left(\mathbf{t}^{\overset{\nabla}{\mathbf{D}}}\right)$$

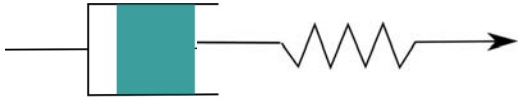
Typy ne-newtonovských tekutin

A. Viskoelastické tekutiny – kombinují viskózní a elastické efekty
B. Viskózní tekutiny s časově závislou efektivní viskozitou, která může buď klesat nebo růst v závislosti na trvání deformace (thixotropie vs. rheopektie)
C. Viskózní tekutiny s časově nezávislou viskozitou – viskozita může záviset na okamžitém napětí nebo rychlosti deformace a případně i na tlaku

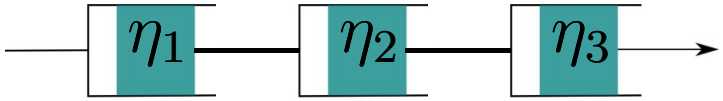
Mechanickým analogem používaným pro ilustraci viskózní deformace je píst:



Příklad: nestlačitelná viskoelastická kapalina Maxwellova typu

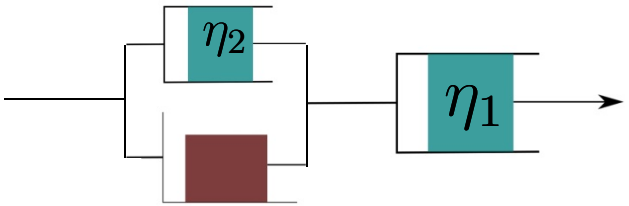


Příklad: kompozitní viskózní reologie



$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_2 + \dot{\epsilon}_3 = \frac{\sigma}{2\eta_1} + \frac{\sigma}{2\eta_2} + \frac{\sigma}{2\eta_3} = \frac{\sigma}{2\eta_{\mathrm{ef}}} \rightarrow \frac{1}{\eta_{\mathrm{ef}}} = \sum_{i=1}^{3} \frac{1}{\eta_i}$$

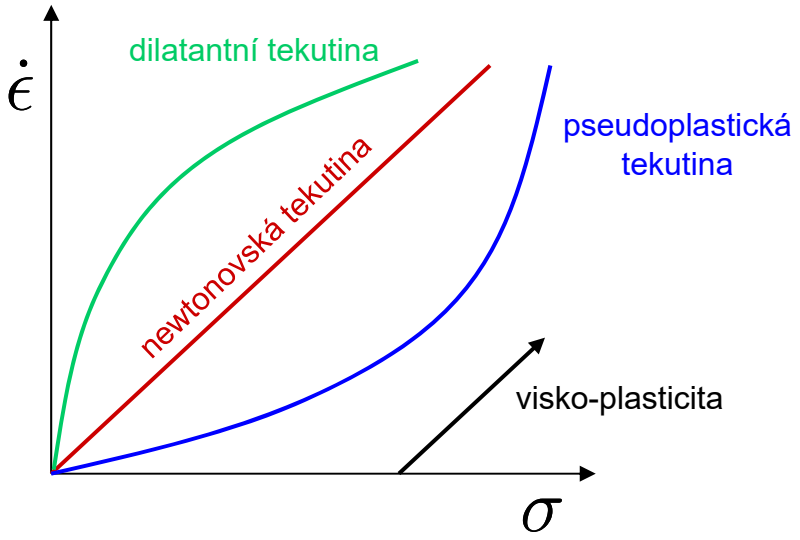
Příklad: pseudoplastická látka

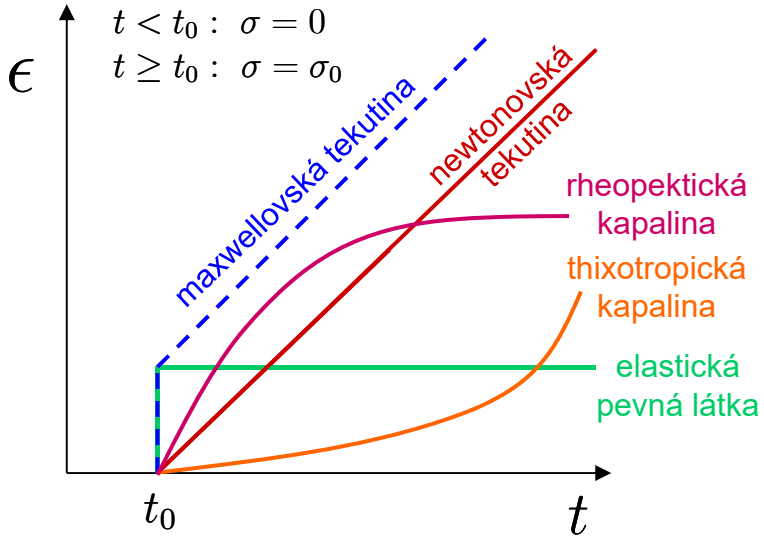


$$\eta_2 \ll \eta_1$$

Mechanika tekutin – některé další pojmy

Klasifikace materiálů 8





Ideální tekutina: idealizovaná tekutina s nulovou viskozitou

Supratekutina: materiál, který se chová jako tekutina s nulovou viskozitou. Typickým příkladem je helium při teplotách blízkých absolutní nule (→ fyzika nízkých teplot).

Plazma: chování plazmatu může být za určitých okolností popsáno metodami magneto-hydrodynamiky, kdy je řešena Navier-Stokesova rovnice spolu s Maxwellovými rovnicemi (viz též → fyzika plazmatu).

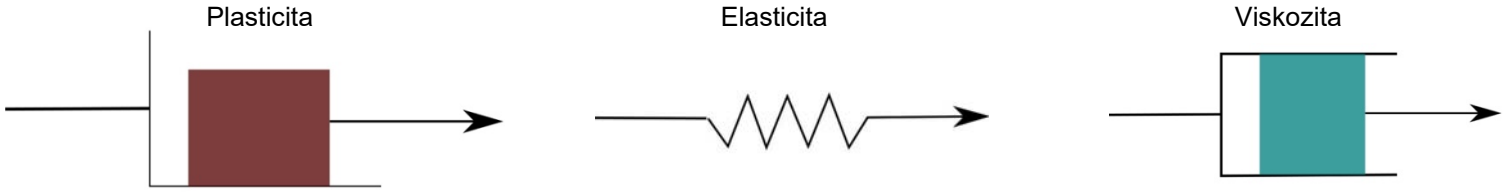
Magneto-hydrodynamiky se standardně používá při numerických simulacích chování elektricky vodivých kapalin (generace magnetického pole planet v kovovém kapalném jádře apod.).

Plasticita

popisuje deformaci, která je nevratná a k níž dojde poté, co napětí dosáhne určité hodnoty, tj. překročí mez pevnosti (*yield strength*).

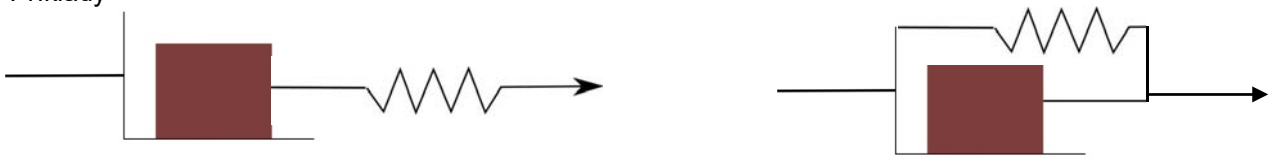
Plastická deformace je pozorována ve většině materiálů, ale fyzikální mechanismy, které ji umožňují, jsou velmi rozmanité: defekty v krystalické struktuře (dislokace), existence mikroskopických trhlin apod.

Mechanické analogy používané pro popis plastické deformace:



Elasto-plasticita: zahrnují elastickou (vratnou) i plastickou (nevratnou) deformaci

Příklady



Visko-plasticita: popisuje rychlostně závislou deformaci pevných látek. Jedná se deformaci, která je dokonale nevratná. Visko-elasto-plasticita zahrnuje také elastickou deformaci.

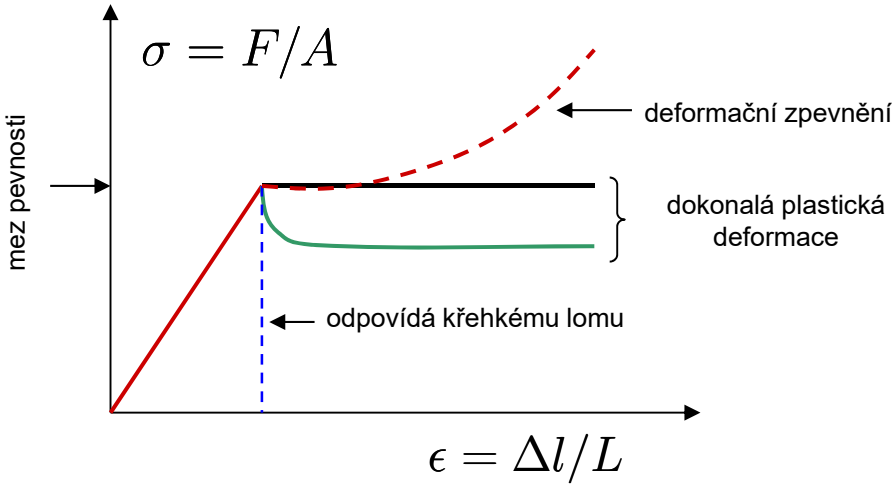
Příklad



Příklad: elastický dokonale visko-plastický materiál

Dokonalá plasticita: materiál se deformuje, aniž by bylo třeba zvyšovat napětí

Deformační zpevnění: další deformace vyžaduje nárůst napětí



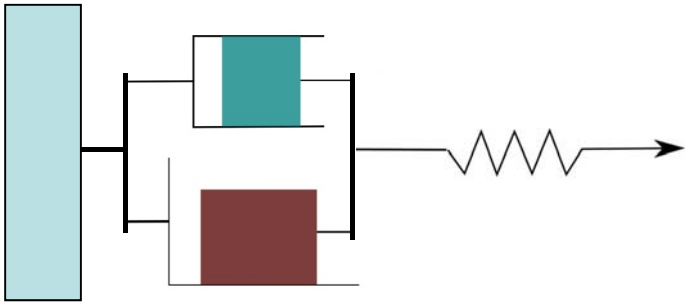
Plastická deformace je obecně časově závislá. Deformační vlastnosti studovaného materiálu se proto charakterizují několika křivkami, které odpovídají třem základním laboratorním testům:

Test deformačního zpevnění: měří se napěťově deformační křivka při konstantní rychlosti deformace $(\dot{\epsilon} = konst)$ nebo rovnoměrně rostoucím napětí $(\dot{\sigma} = konst)$.

Creepový test: měří se deformace ϵ jako funkce času pro konstantní zatížení $(\sigma = konst)$.

Relaxační test: měří se napětí σ jako funkce času při konstantní deformaci $(\epsilon = konst)$.

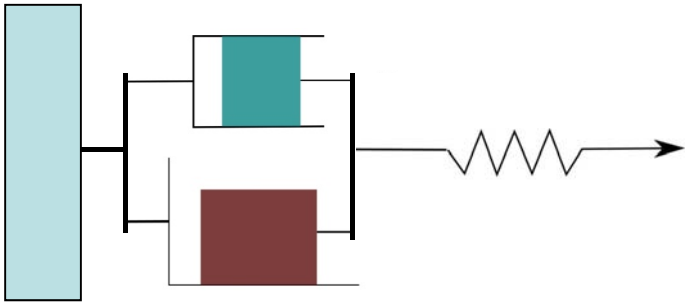
Příklad: Bingham-Maxwellův reologický model



$$\epsilon = \frac{\sigma}{2\mu} \quad \text{pro} \quad |\sigma| < \sigma_y$$

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_e + \dot{\epsilon}_{vp} = \frac{\dot{\sigma}}{\mu} + \frac{\sigma}{2\eta}\left(1 - \frac{\sigma_y}{|\sigma|}\right) \quad \text{pro} \quad |\sigma| \geq \sigma_y$$

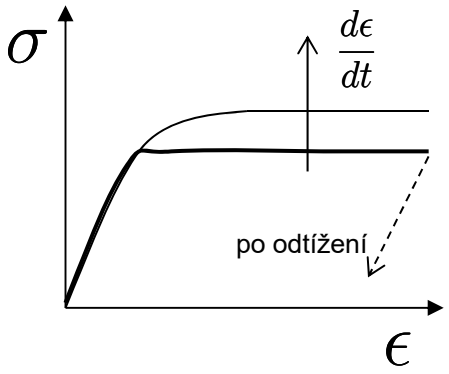
Příklad: Bingham-Maxwellův reologický model



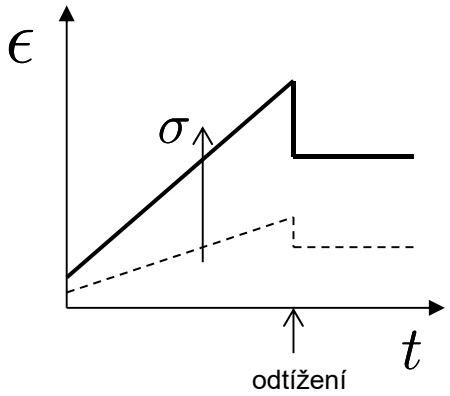
$$\epsilon = \frac{\sigma}{2\mu} \quad \text{pro} \quad |\sigma| < \sigma_y$$

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_e + \dot{\epsilon}_{vp} = \frac{\dot{\sigma}}{\mu} + \frac{\sigma}{2\eta}\left(1 - \frac{\sigma_y}{|\sigma|}\right) \quad \text{pro} \quad |\sigma| \geq \sigma_y$$

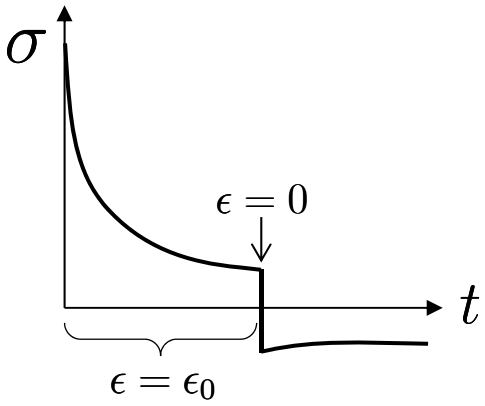
Test deformačního zpevnění



Creepový test



Relaxační test



Při numerických simulacích plastické deformace hraje důležitou roli volba pevnostního kriteria (*yield criterion*), to jest způsob, jakým definujeme vztah mezi pevností materiálu σ_y, kterou známe z experimentu, a tenzorem napětí. Nejjednodušším kritériem je tzv. Trescovo kritérium. Podle tohoto kriteria se materiál začne deformovat plasticky, pokud $\sigma_1 - \sigma_3 \geq \sigma_y$, kde σ_1 a σ_3 jsou maximální a minimální hlavní napětí. Další kritéria: von Mises, Drucker-Prager, Mohr-Coulomb etc.